



Республиканская физическая олимпиада 2026 год (III этап)

Теоретический тур

Решения задач 9 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты их решений, конечно же, не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы физически обоснованы и приводят к правильным ответам, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Каждое задание сопровождается Листами ответов, в которые участники олимпиады должны занести окончательные результаты.

Если окончательный результат не занесен в Лист ответов, но содержится в основном решении, то этот результат также необходимо оценивать.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



Уважаемые коллеги! Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших талантливых школьников!

Задание 9-1. «Разминка»

1. «Посмотри и объясни» На Рис. 1 изображен популярный физический опыт. Вырезанное из пластиковой бутылки кольцо поставили на широкое горлышко пустой бутылки. На вершину кольца положили небольшую монету (или гайку) (см. Рис. 1). Резким горизонтальным ударом линейки выбьем пластиковое кольцо из-под монеты. Что, по вашему мнению, произойдет с монетой далее? Проанализируйте Рис. 1, в Листе ответов кратко опишите результат данного опыта и обоснуйте его с физической точки зрения.

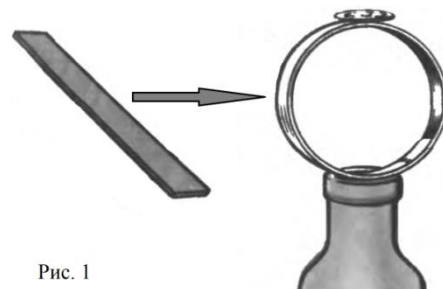


Рис. 1

2. «Путь частицы» Частица, движущаяся прямолинейно (Рис. 2) и равноускоренно (равнопеременно), прошла за промежуток времени t_1 путь l_1 , а за промежуток времени $t_2 = 2t_1$ путь $l_2 = 2l_1$. Какой путь l_3 пройдет частица за промежуток времени $t_3 = 3t_1$? Чему будет равна скорость v частицы в этот момент?

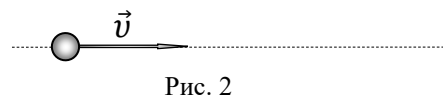


Рис. 2

3. «Зеркальный шар» Луч света падает на поверхность зеркального шара параллельно оси, проходящей через центр этого шара (Рис. 3). После отражения от шара луч поворачивается на угол $\alpha = 100^\circ$. Найдите радиус R шара, если расстояние между падающим лучом и осью $h = 55,5$ мм.

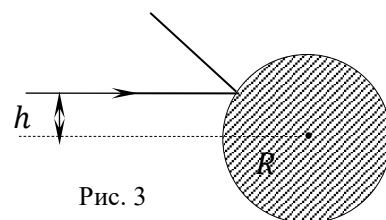


Рис. 3

Возможные решения:

Задание 9-1. «Разминка»

1. «Посмотри и объясни» На Рис. 1 изображен известный опыт по механике, демонстрирующий особенности деформации тела при механическом воздействии.

При горизонтальном ударе линейкой (см. Рис. 1) пластиковое кольцо будет испытывать деформацию сжатия в горизонтальном направлении. Поскольку периметр кольца при ударе остается практически неизменным, то в вертикальном направлении на кольцо возникнет «выпуклость».

Эффект «выпуклости», точнее сила реакции \vec{N} со стороны кольца, будет стремиться подбросить монету вверх (см. Рис. 1). Однако, помимо силы реакции, в системе возникнет ещё и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, которая будет двигать монету вперед (см. Рис. 1).

Одновременное действие этих сил (равнодействующая \vec{F} на Рис. 1) подбросит монету вверх и вперед, в результате чего она полетит под некоторым углом к горизонту (см. Рис. 1).

Таким образом, качественный анализ данного физического явления приводит к выводу, что после такого удара линейкой монета опишет параболу и приземлится где-то недалеко на полу (см. Рис. 1).

После теоретического тура олимпиады несложно провести этот забавный эксперимент, и убедиться, что «физика рулит», т.е. монета действительно улетает вперед и вверх, в соответствии с нашими теоретическими выводами (а не предсказаниями!, ☺).

2. «Путь частицы» Из условия задачи неясно, как «направлено» ускорение a движущейся частицы: «по» её начальной скорости v_0 или «против».

Предположим, что «по», т.е. проекция ускорения на ось начальной скорости положительна ($a > 0$).

Тогда за промежуток времени t_1 частица пройдет путь l_1 , равный

$$l_1 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2}. \quad (1)$$

А за промежуток времени $t_2 = 2t_1$ путь

$$l_2 = v_0(2t_1) + \frac{a(4t_1^2)}{2} = 2 \left(v_0 t_1 + 2 \frac{a t_1^2}{2} \right). \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что в этом случае

$$l_2 = 2 \left(v_0 t_1 + 2 \frac{a t_1^2}{2} \right) = 2l_1 + a t_1^2 > 2l_1. \quad (3)$$

Поскольку неравенство (3) строгое ($a > 0$), то наше исходное предположение неверно, и в данном случае должно быть «против» (Рис. 2), а не «по». Иными словами, ситуация «похожа» на движение камешка, подброшенного вертикально вверх ($a < 0$) с некоторой начальной скоростью v_0 ($v_0 > 0$).

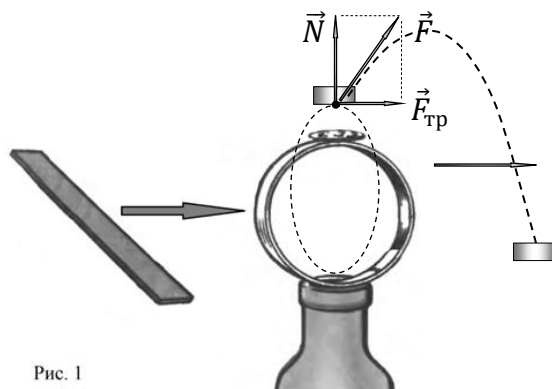


Рис. 1

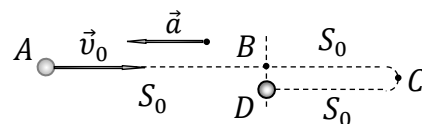


Рис. 2

Теперь возникает следующий вопрос: где могут «находиться» моменты времени t_1 и t_2 : на восходящей ветви траектории (движение «вверх») камешка или на нисходящей (движение «вниз»)?

Предположим, что на восходящей. Тогда справедливо равенство

$$l_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}, \quad (4)$$

и

$$l_2 = v_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2} = 2 \left(v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} \right). \quad (5)$$

Из (4) – (5) получим

$$t_1 = \frac{2v_0}{3a}. \quad (6)$$

Как следует из (6), $t_2 = 2t_1 = \frac{4v_0}{3a}$, т.е. временная точка t_2 находится уже на нисходящей ветви траектории камешка, поскольку $t_2 > \frac{v_0}{a}$. Получили противоречие, что говорит о несправедливости ранее сделанного предположения. Следовательно, моменты времени t_1 и t_2 оба не могут находиться на восходящей ветви траектории.

Рассмотрим вариант, когда в верхней точке траектории. Тогда момент времени t_1 соответствует верхней точке траектории, т.е.

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{v_0}{a} \\ l_1 &= \frac{v_0^2}{2a} \end{aligned} \quad (7)$$

Путь, пройденный за промежуток времени $3t_1$ будет в три раза больше пути за промежуток времени t_1 , т.е.

$$t_1 = 3 \frac{2v_0}{3a}. \quad (8)$$

Следовательно, полный путь, пройденный частицей с начала движения будет равен

$$l_3 = 3l_1 + 2l_1 = 5l_1. \quad (9)$$

Соответственно, скорость частицы в этот момент будет равна

$$v = \frac{4l_1}{t_1}. \quad (10)$$

3. «Зеркальный шар» Пусть световой луч падает на зеркальный шар в точке A (Рис. 3) под углом β и, соответственно, отражается от него тоже под углом β .

Угол поворота светового луча α при отражении от шара есть угол между его начальным и конечным направлениями распространения (см. Рис.3).

Из Рис. 3 следует, что для развернутого угла (светового луча) справедливо равенство

$$\beta + \beta + \alpha = \pi. \quad (1)$$

Из (1) найдем величину угла β падения светового луча на шар

$$\beta = \frac{\pi - \alpha}{2}. \quad (2)$$

Для прямоугольного треугольника AOB справедливо равенство

$$\sin \beta = \frac{h}{R}. \quad (3)$$

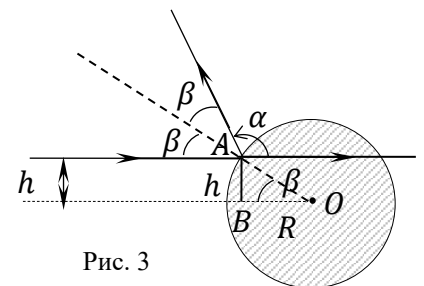


Рис. 3

Из (1) – (3) находим

$$\frac{h}{R} = \sin \frac{\pi - \alpha}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow R = \frac{h}{\cos(\frac{\alpha}{2})}. \quad (4)$$

Расчет по формуле (4) дает

$$R = \frac{5,55}{\cos(\frac{100^\circ}{2})} (\text{мм}) = \{86,34267239\} = 86,3 \text{ мм}. \quad (5)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до трех значащих цифр.

Задание 9-2. «Непостоянный ток»

Справочные данные и параметры рассматриваемой системы: удельная теплоемкость воды $c_B = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.

1. Сила тока I через резистор сопротивлением $R = 200 \text{ Ом}$ изменяется со временем t так, как показано на графике (Рис. 1). При построении графика для удобства использованы популярные ныне безразмерные координаты $I^* = I(t)/I_0$ («безразмерная» сила тока) и $t^* = t/t_0$ («безразмерное время»), где $I_0 = 1,0 \text{ А}$, $t_0 = 10 \text{ мин}$ – размерные масштабные множители. Точки на графике зависимости $I^*(t^*)$ сведены в Таблицу 1.

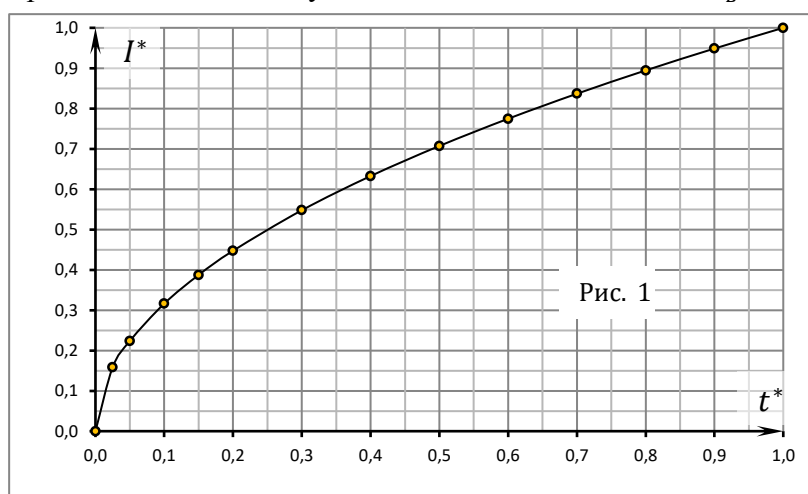


Таблица 1. Зависимость $I^*(t^*)$.

t^*	0,0	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
I^*	0,00	0,16	0,22	0,32	0,39	0,45	0,55	0,63	0,71	0,77	0,84	0,89	0,95	1,00

Пусть мгновенная мощность тока (тепловыделения) на резисторе $P(t)$. Введем понятие «безразмерной мощности» тока (тепловыделения) на резисторе как $P^*(t^*) = P(t)/(I_0^2 R)$.

Рассчитайте безразмерную мгновенную мощность $P^*(t^*)$ для каждой точки на приведенном графике. Результаты ваших расчетов внесите в Таблицу 2 на Листе ответов.

2. Постройте на Бланке 1 Листа ответов график полученной зависимости $P^*(t^*)$. Проанализируйте полученную зависимость, отметьте ее характер и особенности.

3. Пусть все количество теплоты, выделяемой на резисторе R , идет на нагревание воды массой $m = 0,10 \text{ кг}$. Найдите, на сколько градусов Δt ($^\circ\text{C}$) нагреется вода при прохождении тока за промежуток времени $t_1 = 8,0 \text{ мин}$? Начальная температура воды $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

4. Через какой промежуток времени t_2 вода закипит?

Возможное решение:

9-2. «Непостоянный ток»

1. Согласно закону Джоуля-Ленца мгновенная тепловая мощность тока на резисторе равна

$$P(t) = (I(t))^2 R. \quad (1)$$

Соответственно, «безразмерная мощность» тепловыделения на резисторе (согласно условию)

$$P^*(t^*) = \frac{P(t)}{I_0^2 R} = \frac{(I(t))^2 R}{I_0^2 R} = \frac{(I(t))^2}{I_0^2} = \left(\frac{I(t)}{I_0}\right)^2 = (I^*)^2. \quad (2)$$

Таким образом, в выбранных координатах безразмерная мощность $P^*(t^*)$ «фактически» есть квадрат безразмерной силы тока (I^*)!

После такого «открытия», вооружившись инженерным калькулятором (рекомендован к использованию на олимпиаде, поскольку позволяет проводить подобные расчеты достаточно быстро), достаточно быстро рассчитаем безразмерную мощность $P^*(t^*)$ для каждой точки графика. Результаты расчетов внесем в Таблицу 2.

Таблица 2.

t^*	0,0	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
I^*	0,00	0,16	0,22	0,32	0,39	0,45	0,55	0,63	0,71	0,77	0,84	0,89	0,95	1,00
P^*	0,00	0,0256	0,484	0,1024	0,1521	0,2025	0,3025	0,3969	0,5041	0,5929	0,7056	0,7921	0,9025	1,00

2. Построим по точкам Таблицы 2 график полученной зависимости $P^*(t^*)$ на выданном бланке (Рис. 1).

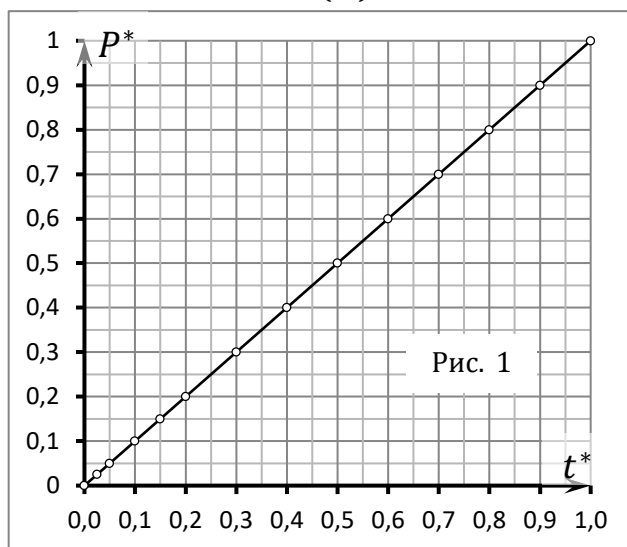
Из правильно построенного графика $P^*(t^*)$ следует еще одно «интересное открытие» – зрительно рассчитанные точки достаточно неплохо (можно сказать отлично!) ложатся на прямую (доверяй калькулятору!), проходящую через начало координат.

С приемлемой точностью этот же вывод следует и из анализа Таблицы 2, однако графический метод быстр, убедителен и нагляден. Наблюдательность на олимпиаде в цене!

Кроме того, эта прямая («на глаз») является биссектрисой первого координатного угла ($y = x$). Это обстоятельство также упрощает нахождение «безразмерного» количества выделенной в цепи теплоты, как площади соответствующей фигуры под построенным графиком.

Иными словами, можно сначала найти площадь прямоугольного треугольника «под графиком» за требуемый промежуток времени, и далее получить «размерное» количество теплоты.

3. Из выше полученного графика (и из графика в условии) следует, что мгновенная мощность тока в цепи изменяется. В таком случае традиционная формула Джоуля-Ленца «не работает», поскольку непонятно, какое значение мощности «следует брать».



Следовательно, необходимо использовать метод разбиений (Ньютона), при котором данный процесс рассматривается на достаточно малых (бесконечно малых) временных интервалах (промежутках) Δt_i .

На малом временном интервале Δt_i можно считать, что мгновенная мощность P_i остается практически постоянной (пренебрегаем её изменением), тогда закон Джоуля-Ленца опять «работает».

При таком подходе малое количество выделившейся теплоты за промежуток Δt_i будет равно

$$\Delta Q_i = P_i \Delta t_i = I_i^2 R \Delta t_i = (I^*(t^*) \cdot I_0)^2 R \cdot (\Delta t^* t_0) = (I^*(t^*))^2 \Delta t^* (I_0^2 R t_0). \quad (3)$$

Соответственно, за все время на резисторе выделится количество теплоты

$$Q = \sum_i^\infty \Delta Q_i = \sum_i^\infty (I^*(t^*))^2 \Delta t^* (I_0^2 R t_0) = I_0^2 R t_0 \sum_i^\infty (I^*(t^*))^2 \Delta t^*. \quad (4)$$

Сумма $\sum_i^\infty (I^*(t^*))^2 \Delta t^*$, стоящая в (4) есть ни что иное, как площадь под графиком из Пункта 2 задания, которую легко отыскать как площадь прямоугольного треугольника.

Согласно уравнению теплового баланса получим

$$Q = \sum_i^\infty P_i \Delta t_i = cm(t_2 - t_1). \quad (5)$$

Так, для промежутка времени $t = 8,0$ мин ($t^* = 0,8$) эта площадь будет равна

$$\sum_i^\infty (I^*(t^*))^2 \Delta t^* = \frac{1}{2} \cdot (0,8)^2. \quad (6)$$

В числах получим

$$Q = \frac{1}{2} \cdot (0,8)^2 \cdot (1,0)^2 \cdot 200 \cdot 10 \cdot 60 \text{ (Дж)} = 38400 \text{ Дж}. \quad (7)$$

Это позволит нагреть воду на ($^\circ\text{C}$)

$$\Delta t = \frac{Q}{cm} = \frac{38400}{4200 \cdot 0,10} (^\circ\text{C}) = \{91,42857143\} = 91 \text{ }^\circ\text{C}. \quad (8)$$

4. Пусть «безразмерное время» закипания воды x , тогда справедливо уравнение

$$Q = \frac{1}{2} \cdot (x)^2 \cdot (1,0)^2 \cdot 200 \cdot 600 \text{ (Дж)} = 42000 \text{ Дж}. \quad (9)$$

Из (9) находим

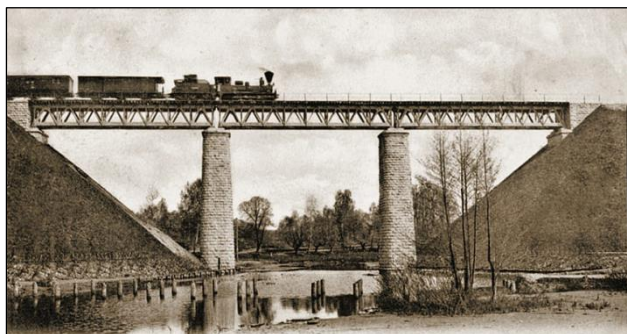
$$x = \{0,8366600265\} = 0,84, \quad (10)$$

что соответствует промежутку времени

$$t_2 = 8,4 \text{ мин} = 5,0 \cdot 10^2 \text{ с}. \quad (11)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

Задание 9-3. «Железнодорожный мост»



Любые инженерные конструкции предварительно точно рассчитываются, а их поведение в критических ситуациях многократно моделируется на предмет надежности и соответствия требованиям безопасности.

Рассмотрим однопролётный железнодорожный мост (Рис. 1), по которому проходит длинный поезд (длиннее моста) с одинаковыми вагонами.

В опорах (устоях) A и B моста (см. Рис. 1)

установлены датчики «избыточного» веса для отслеживания изменения силы давления моста на данную опору при прохождении поезда (т.е. они не учитывают собственный вес моста).

При расчетах будем считать, что масса единицы длины (линейная плотность) поезда $\lambda = \left(\frac{\Delta m}{\Delta l}\right) = \text{const}$ есть величина постоянная. При таком подходе поезд можно считать однородной «движущейся цепочкой» (Рис. 2).

В рамках данного задания вам предстоит более подробно разобрать процесс прохождения поезда по мосту с инженерной точки зрения, определить изменения динамической нагрузки на каждую из опор при этом.

Справочные данные и параметры рассматриваемой системы: ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; трением и сопротивлением воздуха в данном задании пренебречь

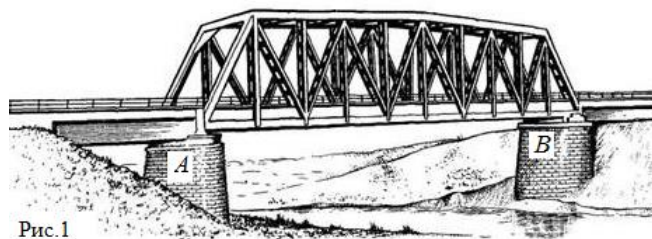


Рис. 1

Часть 1. Балка на опорах

Прежде чем рассматривать движение поезда по однородному мосту, рассмотрим «пустой» мост, без поезда. Неплохой моделью такой механической системы является однородная балка, лежащая на двух опорах.

Рассмотрим однородную горизонтальную балку AB (Рис. 2) массой m , покоящуюся на точечных опорах C и D (см. Рис. 2). Расстояния от центра масс O (Рис. 2) балки до опор равны $OC = l_1$, $OD = l_2$. «Выступающие» края балки имеют длину $AC = l_3$, $DB = l_4$, соответственно. Площадь поперечного сечения балки постоянна.

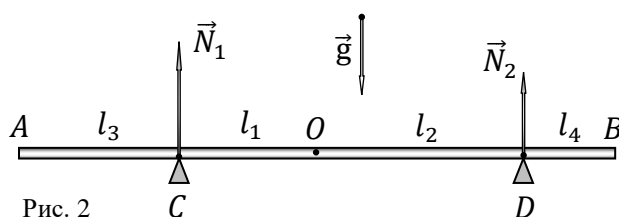


Рис. 2

1.1 Найдите модули N_1 и N_2 сил реакций, действующих на балку в опорах C и D , соответственно.

1.2 Пусть в точку A балки сел небольшой, но тяжелый жучок (Рис. 3) массой m_1 . Найдите изменения ΔN_1 и ΔN_2 модулей сил реакций, действующих на балку в каждой из опор. Укажите знаки каждого из изменений.

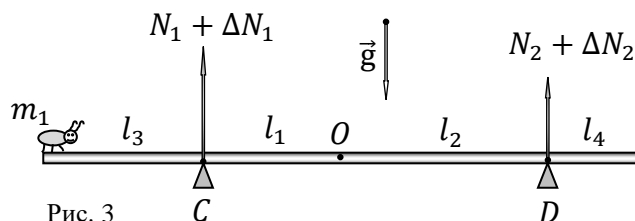


Рис. 3

1.3 При какой минимальной массе жучка m_2

сила реакции N_2 , действующая на балку в правой опоре, обратится в нуль?

Часть 2. Длинный поезд

Пусть по мосту длиной $AB = l_0$ (Рис. 4) проходит «однородный» поезд длиной $3l_0$ с одинаковыми вагонами.

Рассмотрим систему в момент, когда на мосту оказалась часть поезда длиной x (см. Рис. 4).

2.1 Найдите зависимости избыточных сил реакций $N_1(x)$ и $N_2(x)$ в опорах A и B моста, соответственно, от x .

2.2 Введем безразмерные (приведенные) координаты для силы реакции $N^* = N/(\lambda g l_0)$ и для длины $x^* = x/l_0$. Получите зависимости $N_1^*(x^*)$ и $N_2^*(x^*)$. Рассчитайте полученные зависимости и в листе ответов заполните Таблицу 3. Постройте на Бланке 2 листа ответов полученные зависимости в интервале $0 \leq x^* \leq 1$.

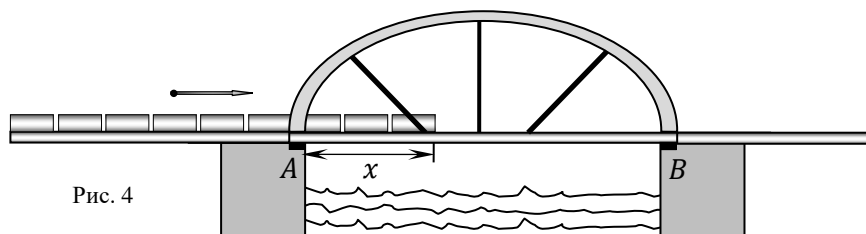


Рис. 4

2.3 При каком x_1^* разность приведенных сил давления $N_1^*(x^*)$ и $N_2^*(x^*)$ максимальна?

2.4 При каком x_2^* сумма приведенных сил давления $N_1^*(x^*)$ и $N_2^*(x^*)$ максимальна?

Возможные решения:

Часть 1. Балка на опорах

1.1 При равновесии балки выполняется правило моментов сил относительно оси, проходящей через *любую* точку системы.

Запишем правило моментов относительно точки D (Рис. 1) системы (момент силы N_2 относительно этой оси равен нулю)

$$N_1(l_1 + l_2) = mgl_2. \quad (1)$$

Из (1) найдем силу реакции N_1

$$N_1 = \frac{l_2}{l_1 + l_2} mg. \quad (2)$$

Теперь рассмотрим равновесие балки относительно оси, проходящей через точку C системы (теперь момент силы N_1 относительно этой оси равен нулю)

$$N_2(l_1 + l_2) = mgl_1. \quad (3)$$

Из (3) найдем силу реакции N_2

$$N_2 = \frac{l_1}{l_1 + l_2} mg. \quad (4)$$

Заметим, что (4) можно получить и другим способом, используя (2) и правило сил

$$N_1 + N_2 = mg, \quad (5)$$

откуда

$$N_2 = mg - N_1 = mg - \frac{l_2}{l_1 + l_2} mg = \frac{l_1}{l_1 + l_2} mg. \quad (6)$$

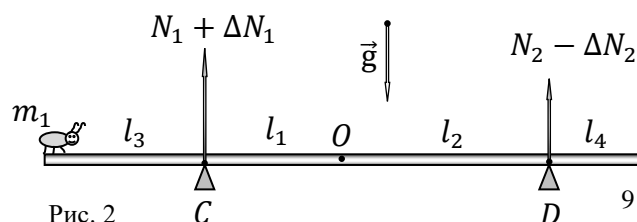


Рис. 2

Теоретический тур. Вариант 1.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Интересно, что (2) и (4) не зависят от «выступающих» концов балки l_3 и l_4 , поскольку положение центра масс системы (между опорами) автоматически «учитывает» их действие и существование. ☺

1.2 Жучок (точнее, его сила тяжести m_1g) увеличит силу реакции N_1 в ближней опоре C (Рис. 2) системы ($\Delta N_1 > 0$) и, соответственно, уменьшит в дальней N_2 ($\Delta N_2 < 0$). Запишем это следующим образом

$$\begin{aligned} N_1^* &= N_1 + \Delta N_1 \\ N_2^* &= N_2 - \Delta N_2 \end{aligned} \quad (7)$$

Запишем правило моментов относительно оси, проходящей через точку C системы

$$mgl_1 = (N_2 - \Delta N_2)(l_1 + l_2) + m_1gl_3. \quad (8)$$

Из (8) получим

$$\Delta N_2 = \frac{l_3}{l_1 + l_2} m_1g. \quad (9)$$

Совершенно аналогично, рассматривая правило моментов относительно оси, проходящей через точку D системы, найдем

$$\Delta N_1 = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l_1 + l_2} m_1g. \quad (10)$$

Заметим, что (10) можно получить и другим способом, используя (9) и правило сил

$$\Delta N_1 - \Delta N_2 = m_1g, \quad (11)$$

откуда

$$\Delta N_1 = m_1g + \Delta N_2 = m_1g + \frac{l_3}{l_1 + l_2} m_1g = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l_1 + l_2} m_1g. \quad (12)$$

Как следует из (9) и (10), теперь результат не зависит от l_4 , поскольку жучок сел на левый конец соломинки. ☺

1.3 Из (7) и (9) следует, что сила реакции $N_2^* = N_2 - \Delta N_2$ обратится в нуль при минимальной массе жучка m_2 при условии

$$N_2 = \Delta N_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_1 + l_2} mg = \frac{l_3}{l_1 + l_2} m_2g. \quad (13)$$

Следовательно,

$$m_2 = \frac{l_1}{l_3} m. \quad (14)$$

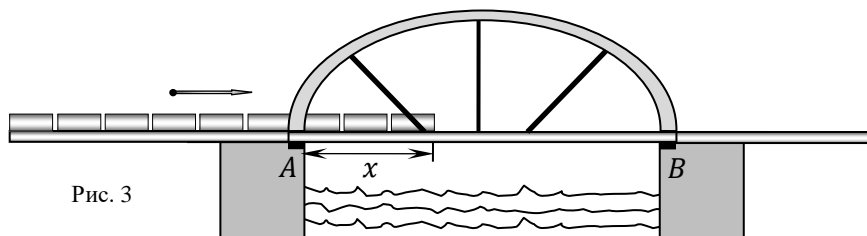
Часть 2. Длинный поезд

2.1 Пусть в некоторый момент на мосту оказалась часть поезда длиной x (Рис. 3). Поскольку поезд длинный, то имеет смысл разбить расчеты на очевидные этапы: поезд заезжает на мост ($x \leq l$); поезд заполняет весь мост ($l \leq x \leq 2l$); поезд съезжает с моста ($2l \leq x \leq 3l$).

Рассмотрим первый этап. Поскольку на мосту находится часть поезда длиной x , то его масса

$$m(x) = \lambda x, \quad (15)$$

где λ – линейная плотность поезда (масса единицы его длины).



Соответственно, центр масс этого «куска» поезда находится на расстоянии $l_1 = x/2$ от опоры A моста и на расстоянии $l_2 = l_0 - x/2$ от опоры B . Согласно (2) и (3) получим, что в этом случае искомые зависимости равны

$$N_1(x) = \frac{l_2}{l_1 + l_2} mg = \frac{l_0 - x/2}{l_0} \lambda x g = \frac{(2l_0 - x)x}{2l_0} \lambda g, \quad (16)$$

$$N_2(x) = \frac{l_1}{l_1 + l_2} mg = \frac{x/2}{l_0} \lambda x g = \frac{x^2}{2l_0} \lambda g, \quad (17)$$

где g – ускорение свободного падения.

2.2 Для получения приведенных сил реакций $N_1^*(x^*)$ и $N_2^*(x^*)$ воспользуемся подсказками, приведенными в условии задания

$$N_1^*(x^*) = \frac{N_1(x)}{\lambda g l_0} = \frac{l_0 - x/2}{l_0} \frac{\lambda x g}{\lambda g l_0} = \left(1 - \frac{x^*}{2}\right) x^*, \quad (18)$$

$$N_2^*(x^*) = \frac{N_2(x)}{\lambda g l_0} = \frac{x/2}{l_0} \frac{\lambda x g}{\lambda g l_0} = \frac{(x^*)^2}{2}, \quad (19)$$

где $x^* = x/l_0$.

Таблица 3.

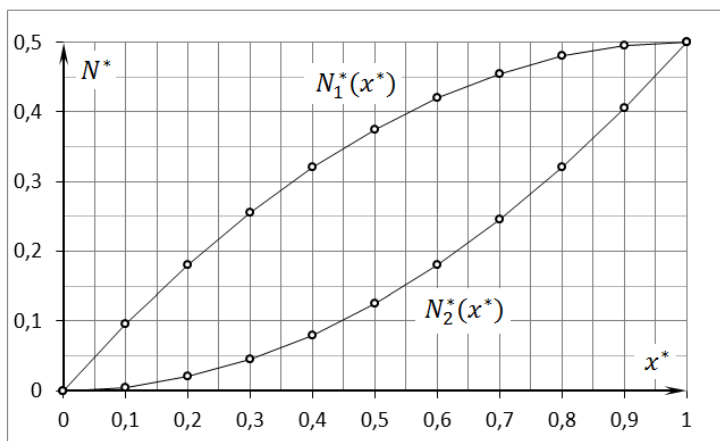
x^*	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$N_1^*(x^*)$	0	0,095	0,18	0,255	0,32	0,375	0,42	0,455	0,48	0,495	0,5
$N_2^*(x^*)$	0	0,005	0,02	0,045	0,08	0,125	0,18	0,245	0,32	0,405	0,5

Заполняем Таблицу 2. и по полученным точкам в интервале $0 \leq x^* \leq 1$ строим требуемые графики полученных зависимостей.

2.3 Из графика (Рис. 3) визуально заметно, что разность сил сначала увеличивается, а потом уменьшается. Следовательно «где то посередине» у нее существует максимум. Для его поиска воспользуемся (18) и (19)

$$N_1^*(x^*) - N_2^*(x^*) = \left(1 - \frac{x^*}{2}\right) x^* - \frac{(x^*)^2}{2} = (1 - x^*) x^*. \quad (20)$$

Поскольку (20) представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз, то ее максимальное значение будет достигаться в вершине, которая действительно находится посередине



$$x_1^* = 0,5. \quad (21)$$

2.4 Что касается суммы графиков, то в любой момент времени она равна силе тяжести поезда, выехавшего на мост. Следовательно, она максимальна, когда $x = l_0$, т.е. в указанном диапазоне это произойдет при

$$x_2^* = 1,0. \quad (22)$$

Заметим (от школьников не требуется!), что полном заполнении моста движущимся поездом ($1 \leq x^* \leq 3$) динамические нагрузки на опоры симметричны и равны $\frac{mg}{2}$ и не

изменяются. При съезжании с моста ($3 \leq x^* \leq 4$) графики функций опять же в силу симметрии, «меняются местами» и «разворачиваются».

Контактный телефон для вопросов и консультаций в день проведения олимпиады:
+375 29 766 12 87.